بهینه‌سازی چندمنظوره‌ی ورقه‌های کامپوزیتی هیبریدی با قید فرکانس با استفاده از بهینه‌سازی گروه ذرات*

(یادداشت پژوهشی)

حسین همتیان[۱] عبدالحسین فریدون[۲]

چکیده *اصلاح خواص مکانیکی کامپوزیت‌ها براساس نسبت استحکام به وزن در کاربردهای وسیع مورد توجه بوده است. در این کاربردها عقیده بر این است که مقاوم‌ترین و در عین حال سبک‌ترین و مقرون به صرفه‌ترین سازه را داشته باشیم. این سه عامل معمولاً در برابر هم عمل می‌کنند. به همین دلیل، کاربرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای اصلاح خواص مکانیکی مواد کامپوزیت از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد. کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذارت (PSO) در بهینه‌سازی صفحات کامپوزیت متقارن متعادل هیبریدی به‌منظور دست‌یابی به کم‌ترین وزن و هزینه‌ی توأم با در نظر گرفتن قید فرکانس بیان شده است. در این تحقیق تابع هدف، به‌عنوان ترکیبی از وزن و هزینه بهینه شده است. وزن و هزینه تابع تعداد و جنس لایه‌ها می‌باشند. در حالی که، فرکانس طبیعی علاوه بر عوامل فوق تابعی از زاویه الیاف و لایه‌چینی نیز هست. نتایج به‌دست‌آمده از الگوریتم PSO (شامل لایه‌چینی‌های بهینه و تعداد لایه‌های تقویت‌شده با الیاف کربن و شیشه) با نتایج الگوریتم‌های ژنتیک (GA) و کلونی مورچه‌ها (ACO) مقایسه شد. نتایج، مزیت کامپوزیت هیبریدی را تأیید کرد و نشان داد که PSO به نتایجی برابر و حتی در مواردی به نتایجی به‌تر از الگوریتم‌های ذکرشده رسیده است. این الگوریتم بسیار مفید و قابل رقابت با سایر الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌باشد.*

واژه‌های کلیدی کامپوزیت هیبریدی متعادل متقارن، بهینه‌سازی چندمنظوره، قید فرکانس، بهینه‌سازی گروه ذرات.

Multi-objective Optimization of Hybrid Laminated Composites under a Frequency Constraint by Using the Particle Swarm Optimization

H. Hemmatian A. Fereidoon

Abstract *Improving mechanical properties of composites based on strength-to-weight ratio has been gained much attention in various applications. Having the most resistant and at the same time the lightest and the most economical structure is believed as an aim in these applications. These three factors are usually opposed to each other. So, applying optimization algorithms for improving mechanical properties of composites is very important. Particle swarm optimization (PSO) is used in balanced symmetric hybrid laminated composites for accessing the lowest weight and cost based on the first natural frequency. In this research, the objective function is a combination of the weight and cost which are both functions of the numbers and material of layers, while the natural frequency, in addition to the above factors, is a function of the fibers angle and the stacking sequenc, too. The results obtained from PSO algorithm (including optimized stacking sequences and the number of plies reinforced by either glass or graphite fibers) are compared with obtained results from genetic algorithm (GA) and ant colony optimization (ACO). The results confirme the advantages of hybrid composites and reveale that PSO provide the same results and in some cases even better sequences relative to the mentioned algorithms. This algorithm is so useful and competitive with respect to other heuristic algorithms.*

Key Words Symmetric Balanced Hybrid Composite, Multi-Objective Optimization, Frequency Constraint, Particle Swarm Optimization

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۰/۵/۱۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۱/۱۲/٦ می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسؤول: دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان.

(۲) استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان.

مقدمه

مـواد کامپوزیـت نسـبت بـه مـواد ایزوتروپیـک دارای قابلیـت طراحـی سـبک‌تـر و مقـاوم‌تـر مـی‌باشـند. در کاربردها عموماً مقاوم‌ترین، سـبک‌تـرین و مقـرون بـه صرفه‌ترین سازه‌ی مورد نظر می‌باشـد. ایـن سـه عامـل برای رسـیدن بـه هـدف بهینـه در چیـدمان لایـه‌هـای کامپوزیت با هم مشارکت می‌کنند، به نحوی کـه بـرای تولید کامپوزیت با سفتی بالا و هزینه‌ی پایین، بـه‌طـور کلی از ماده پرهزینه‌تر و سفت‌تر در لایه‌هـای خـارجی استفاده می‌شود تا صلبیت و سفتی کافی را فراهم کنـد. در عوض موادی در لایه‌های داخلی استفاده مـی‌شـوند که دارای سفتی پایین‌تر و هزینه کم‌تری می‌باشـند [1]. تنش، وزن و فرکانس‌های طبیعی مواردی هستند که در یـک فرآینـد بهینـه‌سـازی چنـدمنظـوره در ورقـه‌هـای کامپوزیت بهینه می‌شوند.

مـاکزیمم کـردن فرکـانس‌هـای طبیعـی خصوصـاً فرکانس بحرانی اصلی، به‌منظور کـاهش خطـر تشـدید ایجادشده بر اثر تحریک خارجی در طراحـی ورقـه‌هـا اهمیـت دارد. در ایـن فرآینـد بهینـه‌سـازی، متغیرهـای طراحی، تعداد، نوع مواد و ضخامت لایه‌های مرکزی و سطحی، هم‌چنین جهت الیاف می‌باشند. در بسـیاری از کاربردهای مهندسی استفاده از لایـه‌هـای اسـتاندارد بـا ضـخامت معـین و تعـداد محـدودی از زوایـا معقـول می‌باشد.

تابع تک‌منظوره بیشینه کـردن فرکـانس اصـلی بـا استفاده از متغیرهای پیوسته توسـط بـرت [2] و ریـس [3] و گرنستد [4] برای ورق‌های چند لایه‌ای ارائه شده است. طراحی مشابه برای ورق‌های دوتایی عرضی [5] و ورق‌های غیـر ایزوتروپیـک [6] انجـام شـده اسـت. طراحی مینیمم هزینـه بـرای ورق‌هـای لایـه‌ای توسـط عدلی [7] ارائه شده است.

عدلی و وریجنکو [8] پیرامون طراحی بهینه‌ی لایه‌هـای کامپوزیت هیبریدی متقارن تحت ارتعاشات آزاد با قیـد فرکانس اصلی بحث کرده‌اند. اسپالینو همکـارانش [9] به‌کمک بهینه‌سازی چندمنظوره، بهینـه‌ای از سـازه‌هـای کامپوزیتی را ارائه کرده‌اند. بهینه کردن فرکانس اصلی و هزینه با استفاده از الگـوریتم ژنتیـک توسـط طهـانی و همکـــارانش [10] و بـــا اســـتفاده از الگـــوریتم تبریـــد شبیه‌سازی‌شده توسط کلاهان و همکارانش [11] انجام شده اسـت. تانـگ یانفـا و همکـارانش [12] براسـاس معیارهای شکست و تورق و امکار و همکـارانش [13] بر اساس معیار وزن، ورق‌های کامپوزیتی را با اسـتفاده از الگوریتم PSO بهینه کرده‌اند. ضمن این‌که ریـو جـی و همکـارانش [14] بـه طراحـی ورق‌هـای کـامپوزیتی براساس قابلیت اطمینان بـا اسـتفاده از الگـوریتم PSO پرداخته‌اند. بهینه‌سازی پانل ساندویچی هسته منشـوری براساس الگوریتم گروه ذرات نیز بـا رعایـت قیـدهای تسلیم و کمانش توسط همتیان و همکارانش انجام شده است [۱۵].

الگوریتم‌های بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها و گـروه ذرات دو الگـوریتم برجسـته بـر اسـاس شـبیه‌سـازی برهم‌کنش‌هـای بـین اعضـای یـک گونـه‌ی خـاص در جستجوی منبع غذا می‌باشند [16]. این الگـوریتم‌هـا از جمله الگوریتم‌های تکاملی می‌باشند که در حل مسائل بهینه‌سازی کاربرد وسیعی پیدا کرده‌اند. الگوریتم گـروه ذرات اولین بار توسط کندی و ابهارت [17] ارائه شـد. ایــن الگـــوریتم برگرفتـــه از رفتـــار اجتمـــاعی دســـته‌ی پرندگان، زنبورها و ماهی‌ها است که حرکـات فیزیکـی آن‌ها را برای ایمنی و یافتن بـه‌تـرین منبـع غـذا تنظـیم می‌کند [18, 19].

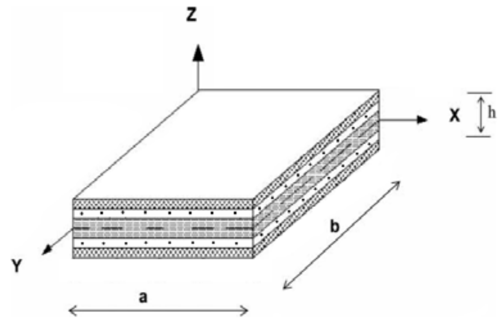
برای مدل سازی نظم موجود درحرکت جمعی این جانداران دو دیدگاه درنظر گرفته شده است [۱۵]. یک بعد، تعاملات اجتماعی موجود بین اعضای گروه است و بعد دیگر امتیازات فردی است که ممکـن اسـت هـر یک از اعضـای گـروه واجـد آنهـا باشـد. در بعـد اول همه‌ی اعضای گروه موظف‌اند همواره موقعیت خود را با تبعیت از به‌ترین فرد گروه تغییر دهند و از بعـد دوم لازم است تک تک اعضا به‌ترین موقعیت را که شخصاً

تجربه کرده‌اند در حافظه‌ی خود نگهداری کنند و تمایلی نیز به سمت بهترین موقعیت درک‌شده‌ی گذشته‌ی خود داشته باشند، زیرا ممکن است هر یک از اعضا خود رهبر گروه شوند به‌طوری که بقیه وظیفه‌ی تبعیت از آن‌ها را داشته باشند.

در این مقاله وزن و هزینه‌ی ورقه‌های کامپوزیتی هیبریدی متعادل متقارن به‌صورت توأم، براساس قید فرکانس با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات بهینه شده است. در پایان این تحقیق، نتایج به‌دست‌آمده با نتایج الگوریتم ژنتیک [20] و الگوریتم کلونی مورچه‌ها [21] مقایسه شده است.

تحلیل ارتعاشات آزاد

صفحه‌ی لایه‌ای متقارن با ابعاد a, b, h به‌ترتیب در امتداد محورهای x, y, z در نظر گرفته شده است. هر لایه به ضخامت t و به‌طور ایده‌آل به‌عنوان یک ماده‌ی ارتوتروپیک همگن در نظر گرفته شده است که $h = N \times t$ برابر ضخامت کل صفحه می‌باشد (شکل ۱).



شکل ۱ کامپوزیت لایه‌ای به ضخامت h

$N = N_i + N_o$ تعداد کل لایه‌ها می‌باشد که به‌صورت مجموع لایه‌های درونی N_i و بیرونی N_o تعریف می‌شود.

معادله‌ی حرکت حاکم بر کامپوزیت‌های لایه‌ای متقارن براساس تئوری صفحه لایه‌ای کلاسیک به‌شکل زیر می‌باشد [21]:

$$\begin{aligned}&D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+4D_{16}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3\partial y}+2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 y^2}\\&+4D_{26}\frac{\partial^4}{\partial x\partial y^3}+D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\end{aligned} \quad (۱)$$

که در آن w تغییر شکل در راستای محور z می‌باشد و ρ چگالی متوسط کامپوزیت در جهت ضخامت از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho = h^{-1}\int_{-h/2}^{h/2}\rho^{(k)}dz=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\rho^{(k)} \quad (۲)$$

$\rho^{(k)}$ چگالی لایه kام می‌باشد. D_{ij} در معادله‌ی (۱) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_{ij}=\sum_{k=1}^{N}\int_{z_k}^{z_{k-1}}\bar{Q}_{ij}^{(k)}z^2dz \quad (۳)$$

که $\bar{Q}_{ij}^{k}$ سفتی تبدیل‌شده در راستای الیاف لایه‌ی kام می‌باشد:

$$\begin{aligned}\overline{Q}_{11}&=Q_{11}.\cos^4(\theta)+2(Q_{12}+2Q_{66}).\sin^2(\theta).\cos^2(\theta)\\&\quad+Q_{22}.\sin^4(\theta)\\\overline{Q}_{22}&=Q_{11}.\sin^4(\theta)+2(Q_{12}+2Q_{66}).\sin^2(\theta).\cos^2(\theta)\\&\quad+Q_{22}.\cos^4(\theta)\\\overline{Q}_{12}&=(Q_{11}+Q_{22}-2.Q_{66}).\sin^2(\theta).\cos^2(\theta)\\&\quad+2(Q_{12}+Q_{12}).(\sin^4(\theta)+\cos^4(\theta))\\\overline{Q}_{16}&=(Q_{11}-Q_{22}-2.Q_{66}).\sin(\theta).\cos^3(\theta)\\&\quad+(Q_{12}-Q_{22}+2.Q_{66}).\sin^3(\theta).\cos(\theta)\\\overline{Q}_{26}&=(Q_{11}-Q_{22}-2.Q_{66}).\sin^3(\theta).\cos(\theta)\\&\quad+(Q_{12}-Q_{22}+2.Q_{66}).\sin(\theta).\cos^3(\theta)\\\overline{Q}_{66}&=(Q_{11}+Q_{22}-2Q_{12}-2Q_{66}).\sin^2(\theta).\cos^2(\theta)\\&\quad+Q_{66}(\sin^4(\theta)+\cos^4(\theta))\end{aligned} \quad (۴)$$

که θ زاویه الیاف و Q_{ij} سفتی در امتداد جهت اصلی کامپوزیت می‌باشد:

$$\begin{aligned}Q_{11}&=\frac{E_1}{1-\upsilon_{12}.\upsilon_{21}}\\Q_{12}&=Q_{21}=\frac{\upsilon_{21}.E_1}{1-\upsilon_{12}.\upsilon_{21}}\\Q_{22}&=\frac{E_2}{1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}}\\Q_{66}&=G_{12}\end{aligned} \quad (۵)$$

با اعمال شرایط مرزی زیر برای یک صفحه با تکیه‌گاه ساده داریم:

$$x = 0,\ a \ \Rightarrow w = 0, M_x = 0$$
$$y = 0,\ b \ \Rightarrow w = 0, M_y = 0 \qquad (٦)$$

نمت [22] نشان داد که اگر γ و δ در شرایط زیر صدق کنند، با اطمینان می‌توان از D_{16} و D_{26} که برهم‌کنش خمش و برش را در ورقه‌های کامپوزیت بیان می‌کنند، صرف نظر کرد.

$$\gamma = D_{16}(D_{11}^{3}D_{22})^{-1/4} \qquad \gamma \le 0.2$$
$$\delta = D_{26}(D_{11}D_{22}^{3})^{-1/4} \qquad \delta \le 0.2 \qquad (٧)$$

به‌علت شباهت بین کمانش و آنالیزهای ارتعاشات آزاد برای کاهش پیچیدگی مسأله شرایط یکسانی در نظر گرفته می‌شود. با حل معادله‌ی (١) با استفاده از شرایط مرزی (٦) حل کلی برای w در مود ارتعاشات طبیعی (m,n) ارائه شده است:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} e^{i\omega_{mn} t} \qquad (٨)$$

ω_{mn} فرکانس طبیعی و A_{mn} دامنه‌ی مود ارتعاشات (m,n) می‌باشد. با جایگزین کردن معادله‌ی (٨) در (١) داریم:

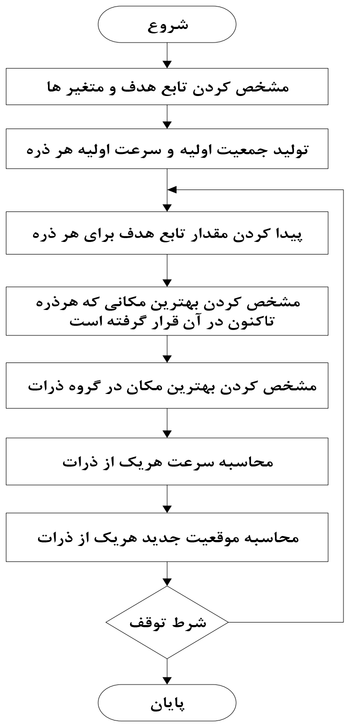
$$\omega_{mn}^{2} = \frac{\pi^{4}}{\rho h}\left[D_{11}\left(\frac{m}{a}\right)^{4} + 2(D_{12}+2D_{66})\left(\frac{m}{a}\right)^{2}\left(\frac{n}{b}\right)^{2} + D_{22}\left(\frac{n}{b}\right)^{4}\right] \qquad (٩)$$

برای مودهای مختلف باید مقادیر مختلف m و n جایگزین شود که برای فرکانس طبیعی اصلی، هر دو برابر یک می‌باشند. بنابراین فرکانس اصلی برابر است با [21]:

$$f = \frac{\pi}{2\sqrt{\rho h}}\sqrt{\frac{D_{11}}{a^{4}} + \frac{2(D_{12}+2D_{66})}{a^{2}b^{2}} + \frac{D_{22}}{b^{4}}} \qquad (١٠)$$

الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات

شکل (٢) فلوچارت الگوریتم گروه ذرات را نشان می‌دهد. مانند دیگر الگوریتم‌های تکاملی، این الگوریتم نیز با تعدادی جمعیت اولیه تصادفی که هر کدام از آن‌ها یک «ذره» نامیده می‌شوند، شروع می‌شود. به ترین عنصر جمعیت به‌عنوان به‌ترین فرد گروه انتخاب می‌شود. این ذره بسته به قدرتش، ذرات دیگر را با یک روند خاص که در ادامه می‌آید، به سمت خود می‌کشد. با گذشت زمان، ذرات از لحاظ قدرت به به‌ترین فرد گروه نزدیک‌تر خواهند شد و شاهد یک نوع هم‌گرایی خواهیم بود.



شکل ٢ فلوچارت الگوریتم PSO پیشنهادی

شکل‌دهی جمعیت اولیه. در بهینه‌سازی، هدف یافتن یک جواب بهینه بر حسب متغیرهای مسأله است. یک آرایه از متغیرهای مسأله که باید بهینه شوند، ایجاد می‌گردد. در الگوریتم ژنتیک این آرایه، کروموزوم نامیده می‌شود. در اینجا نیز ذره نامگذاری می‌گردد

[23]. در بهینه‌سازی یک مسأله‌ی N_{var} بعدی، یک ذره، یک آرایه سطری با N_{var} درایه است. این آرایه به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Particle = [p_1, p_2, p_3, ..., p_{N_{var}}] \qquad (۱۱)$$

که p_i مقدار ذره به ازای متغیر iام می‌باشد.

برای شروع الگوریتم، باید تعدادی از این ذرات (به تعداد ذرات اولیه‌ی الگوریتم) ایجاد شوند. بنابراین ماتریس کل ذرات به‌صورت تصادفی تشکیل می‌شود.

$$Particle = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{1,1}, p_{2,1}, p_{3,1}, ..., p_{N_{var,1}} \\ p_{1,2}, p_{2,2}, p_{3,2}, ..., p_{N_{var,2}} \\ p_{1,3}, p_{2,3}, p_{3,3}, ..., p_{N_{var,3}} \\ \vdots \\ p_{1,N}, p_{2,N}, p_{3,N}, ..., p_{N_{var,N}} \end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

هزینه‌ی یک ذره با ارزیابی تابع f در متغیرهای $(p_1, p_2, p_3, ..., p_{N_{VAR}})$ به‌دست می‌آید. بنابراین:

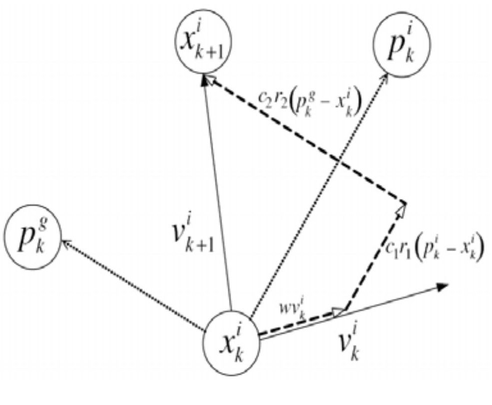
$$\cos t_i = f(p_1, p_2, p_3, ..., p_{N_{var}}) \quad i = 1, 2, 3, ..., N \qquad (۱۳)$$

ذره‌ای که کم‌ترین مقدار هزینه را دارا باشد به‌عنوان به‌ترین فرد گروه (به‌ترین تجربه) (best global solution) در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که سرعت اولیه نیز برای هر ذره به‌صورت تصادفی تشکیل می‌شود. ماتریس سرعت ذرات نیز به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{1,1}, v_{2,1}, v_{3,1}, ..., v_{N_{var,1}} \\ v_{1,2}, v_{2,2}, v_{3,2}, ..., v_{N_{var,2}} \\ v_{1,3}, v_{2,3}, v_{3,3}, ..., v_{N_{var,3}} \\ \vdots \\ v_{1,N}, v_{2,N}, v_{3,N}, ..., v_{N_{var,N}} \end{bmatrix} \qquad (۱٤)$$

نحوه‌ی حرکت هر یک از ذرات. پس از تولید جمعیت اولیه (ذرات) و در نظر گرفتن یک سرعت اولیه برای هر ذره، کارایی هر ذره براساس موقعیتش مورد محاسبه قرار می‌گیرد. هر ذره سرعتش را براساس به‌ترین پاسخ به‌دست‌آمده در گروه ذرات (به‌ترین فرد گروه) و به‌ترین مکانی که تاکنون در آن قرار گرفته است (best particle position) تغییر می‌دهد [24]. در تغییرات زمان واحد، این سرعت با موقعیت ذره جمع می‌شود و موقعیت جدید ذره به‌دست می‌آید. سرعت ذرات در هر مرحله با توجه به رابطه‌ی زیر محاسبه و مسیر ذره به‌روز می‌شود [25] (شکل ۳).

$$\begin{aligned} v_{k+1}^i &= wv_k^i + c_1 r_1 (p_k^i - x_k^i) + c_2 r_2 (p_k^g - x_k^i) \\ x_{k+1}^i &= x_k^i + v_{k+1}^i \end{aligned} \qquad (۱٥)$$



شکل ۳ نحوه‌ی حرکت ذره [24]

که در این رابطه r_1 و r_2 دو عدد تصادفی در بازه‌ی [۰،۱] می‌باشند [25]. P_k^i و P_k^g به‌ترتیب، به‌ترین مکانی که تاکنون ذره در آن قرار گرفته است و به‌ترین پاسخ

به‌دست‌آمده تا این مرحله می‌باشد.

ضرایب c_1 و c_2، فاکتور یادگیری (learning factor) نامیده می‌شوند و به‌ترتیب میزان فرمان‌پذیری ذره از به‌ترین تجربه‌ی شخصی و میزان فرمان پذیری ذره از به‌ترین تجربه‌ی جمع را نشان می‌دهد، که مجموع آن‌ها باید کم‌تر از ٤ باشد [24].

ضریب w اینرسی وزنی (inertia weight) نامیده می‌شود. ضریب اینرسی بیش‌تر، باعث گسترش بیش‌تر در فضا بدون توجه به تجربه شخصی و گروه می‌شود و ضریب اینرسی کم‌تر، باعث جمع‌شدن و حرکت در محدوده‌ی اطراف موقعیت فعلی می‌گردد. مقدار این ضریب نیز باید کوچک‌تر از ۱ باشد. این ضریب در هر بار تکرار الگوریتم با توجه به رابطه‌ی زیر کاهش می‌یابد [24].

$$w_{k+1} = w_k - \frac{w_k}{n} \tag{١٦}$$

که n تعداد تکرار الگوریتم می‌باشد. برای پایداری الگوریتم باید شروط زیر بین ثابت‌های c_1 و c_2 و w برقرار باشد [24].

$$\begin{gathered} 0 < c_1 + c_2 < 4 \\ \frac{c_1 + c_2}{2} - 1 < w < 1 \end{gathered} \tag{١٧}$$

پس از به‌دست آوردن سرعت جدید، هر ذره به موقعیت جدید خود می‌رود. اگر ذره به موقعیت به‌تری از به‌ترین مکانی که تا کنون در آن قرار گرفته است برسد، آن‌گاه موقعیت مزبور به‌عنوان به‌ترین مکانی که تاکنون ذره در آن قرار گرفته (به‌ترین تجربه‌ی شخصی) در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این، در صورتی که به‌ترین پاسخ به‌دست‌آمده در این مرحله، از به‌ترین پاسخ به‌دست‌آمده تاکنون به‌تر باشد، آن‌گاه این موقعیت نیز به‌عنوان به‌ترین پاسخ به‌دست‌آمده (به‌ترین تجربه‌ی جمع) در نظر گرفته می‌شود.

بیان مسأله: انتخاب بهینه‌ی لایه‌گذاری برای ورق کامپوزیت مستطیل شکل

هدف از این بهینه‌سازی کمینه کردن وزن توأم با هزینه براساس قید فرکانس اصلی ۲۵ Hz می‌باشد. شرایط مسأله به گونه‌ای مطرح شده است که با مسأله‌ی انجام‌شده با الگوریتم‌های GA [20] و CO [21] منطبق باشد، تا امکان مقایسه‌ی نتایج وجود داشته باشد. ابعاد ورق به‌صورت زیر است:

b=30(in)=0.762(m) و a=36(in)=0.9144(m)

مفهوم هیبرید با استفاده از دو ماده‌ی کامپوزیت صورت می‌گیرد: ۱)گرافیت–اپوکسی ۲)شیشه-اپوکسی.

نسبت سفتی به وزن گرافیت–اپوکسی (۰/۰۸۷) تقریباً ٤ برابر شیشه–اپوکسی (۰/۰۲۲) می‌باشد. هم‌چنین گرافیت–اپوکسی هزینه‌ی بالاتری دارد به‌نحوی که به‌ازای هر کیلوگرم، هزینه‌ی گرافیت–اپوکسی ۸ برابرشیشه–اپوکسی است. در این بهینه‌سازی ضمن فراهم آوردن صلبیت مناسب، کاهش قیمت و وزن که همیشه به‌عنوان یک هدف شایسته و مهم مطرح بوده نیز به‌دست می‌آید.

جهت الیاف می‌تواند ۱۹ مقدار در فاصله‌ی صفر تا ۹۰ با رعایت تغییرات ۵ درجه داشته باشد. به‌دلیل برقراری تعادل در ورقه به‌جز برای لایه‌های صفر و ۹۰ که نیازی به جفت شدن ندارند بقیه‌ی لایه‌ها به‌صورت جفت‌های مثبت–منفی به‌کار می‌روند. این فرض به‌دلیل مینیمم کردن برهم‌کنش خمش– برش درنظر گرفته شده است.

تعداد جفت لایه‌ها برای نیمی از کامپوزیت از ٦ تا ۱۱ تغییر می‌کند. اگر چنان‌چه یک جفت لایه با زوایای صفر یا ۹۰ پر شود، چون این زاویه‌ها برای رعایت تعادل نیازی به جفت شدن ندارند تنها توسط یک لایه پر می‌شوند، یا به‌عبارت دیگر توسط یک جفت لایه با نصف ضخامت پر شده‌اند. علاوه بر این، متقارن بودن ورقه ایجاب می‌کند که تنها نیمی از لایه‌ها طراحی شوند.

تابع هدف چندمنظوره

برهم‌کنش بین توابع هدف مجموعه‌ای از حل‌های مشارکتی را ایجاد می‌کند که مجموعه‌ی فراوانی نامیده می‌شود. یک حل، زمانی به مجموعه‌ی فراوانی تعلق دارد که همه‌ی توابع هدف در یک محدوده‌ی خاص قرار داشته باشند. طراح به‌منظور انتخاب مجموعه فراوانی لازم است تا از اطلاعات اضافی برای سازماندهی توابع هدف براساس اهمیت هر یک استفاده کند. در این تحقیق تابع هدف F، به‌عنوان یک ترکیب برآمده از وزن (W) و هزینه (C)، بهینه شده است [21].

$$F = \alpha . W + (1 - \alpha) C \quad (۱۸)$$

$$W = a.b.t(N_{Gr}.\rho_{Gr} + N_{Gl}.\rho_{Gl}) \quad (۱۹)$$

$$C = a.b.t(8 * N_{Gr}.\rho_{Gr} + N_{Gl}.\rho_{Gl}) \quad (۲۰)$$

که a، b و t ابعاد هر لایه، ρ چگالی و N_{Gr} و N_{Gl} به‌ترتیب تعداد لایه‌های گرافیت-اپوکسی و شیشه-اپوکسی می‌باشند. برای α مقادیر ۰، ۰/۷، ۰/۸، ۰/۸۷، ۰/۹۳، ۰/۹۶ و ۱ در نظر گرفته شده است [20, 21]. خواص گرافیت-اپوکسی و شیشه-اپوکسی در جدول (۱) آورده شده است [26]. هم‌چنین پارامترهای مورد نیاز PSO در جدول (۲) آمده است.

PSO اصلاح‌شده

در الگوریتم PSO به تعداد جفت لایه‌ها ناحیه داریم که هر ناحیه از ۳۸ متغیر که هر کدام بیان‌کننده‌ی یک لایه با جهت و جنس معین می‌باشد تشکیل یافته است. هر یک از اعداد آورده‌شده در ساختار کامپوزیت بیان‌کننده‌ی دو متغیر جنس و جهت می‌باشد که در جدول (۳) آمده است. ذرات تنها می‌توانند با انتخاب متغیرها بین نواحی جابه‌جا شوند و انتخاب دو متغیر از یک ناحیه ممکن نمی‌باشد.

چون سرعت‌های به‌دست‌آمده اعداد صحیحی نمی‌باشند و برای تعیین لایه‌گذاری به اعداد صحیحی در بازه‌ی ۱ تا ۳۸ احتیاج داریم؛ بنابراین، جواب‌های به‌دست‌آمده به سمت نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد شده‌اند، که این اعداد صحیح جواب الگوریتم را در هر مرحله به وجود می‌آورد.

برای اعمال قید فرکانس، به تابع هدف صفحاتی که این قید را رعایت نکرده باشند، با اعمال روش جریمه مقدار نسبتاً زیادی افزوده می‌شود. هم‌چنین برای جلوگیری از واگرایی و هم‌گرایی زودرس ماکزیمم و مینیمم سرعت محدود شده است. در ضمن، شرط توقف الگوریتم ۲۰۰۰ تکرار در نظر گرفته شده است.

الگوریتم PSO

ابتدا پارامترهای مورد نیاز الگوریتم، ماکزیمم تکرار، قید فرکانس و مشخصات هندسی و مادی صفحه کامپوزیتی وارد می‌گردد. حلقه‌ی اصلی برنامه شامل حلقه‌ی تکرار برای مقادیر مختلف ضریب α و سپس حلقه‌ی مقادیر مختلف ناحیه‌ها (جفت لایه‌ها از ٦ تا ۱۱) و درنهایت حلقه الگوریتم PSO با ۲۰۰۰ تکرار می‌باشد که به‌صورت تودرتو اجرا می‌گردند.

جدول ۱ خواص مواد

خواص	E_1(GPa)	E_2(GPa)	G_{12}(GPa)	ν_{12}	چگالی ρ (kg/m^3)	ضخامت هر لایه t(mm)	فاکتور هزینه (cost factor)
گرافیت- اپوکسی	137.9	8.96	7.1	0.3	1587	0.127	8
شیشه- اپوکسی	43.4	8.89	4.55	0.27	1970	0.127	1

جدول ۲ پارامترهای PSO

ماکزیمم تکرار	v_{max}=0.1×dx;	dx	x_{max}	x_{min}	C_2	C_1	W	N_{var} (تعداد متغیر)	تعداد ذره
۲۰۰۰	۳/۷	۳۷	۳۸	۱	۱/۹	۲	۱	۳۸	۲۰

جدول ۳ مشخصات هر لایه

زاویه / مواد	۰	±۵	±۱۰	±۱۵	±۲۰	±۲۵	±۳۰	±۳۵	±۴۰	±۴۵	±۵۰	±۵۵	±۶۰	±۶۵	±۷۰	±۷۵	±۸۰	±۸۵	۹۰
شیشه–اپوکسی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
گرافیت–اپوکسی	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸

برای شروع کار الگوریتم PSO، باید یک حل تصادفی در تکرار اول ایجاد گردد. مقدار بهترین تابع هدف کلی در ابتدا یک مقدار بسیار بزرگ فرض می‌شود و برای هر ذره به تعداد جفت لایه‌ها به‌طور تصادفی، سرعت در بازه‌ی [۱، ۰] (رابطه‌ی ۱۴) و مکان (موقعیت) در بازه‌ی [۳۸، ۱] (رابطه‌ی ۱۲) تعیین می‌شود. به‌این‌ترتیب، اولین ساختار برای صفحه‌ی کامپوزیت ایجاد می‌گردد. با توجه به تعداد لایه‌های گرافیت–اپوکسی و شیشه–اپوکسی وزن و هزینه (رابطه‌های ۱۹ و ۲۰) محاسبه و براساس مقدار ضریب α تابع هدف (رابطه‌ی ۱۸) تعیین می‌شود. فرکانس طبیعی نیز از رابطه‌ی (۱۰) محاسبه می‌گردد. اگر چنان‌چه برای یک ذره این فرکانس از مقدار ۲۵ Hz کم‌تر باشد، با اعمال جریمه، تابع هدف آن ذره با یک مقدار نسبتاً بزرگ (در این‌جا ۲۰) جمع می‌گردد تا از اثر آن در مراحل بعدی کاسته گردد. سپس موقعیت ذارت به‌عنوان به‌ترین مکانی که تاکنون در آن قرار گرفته‌اند و ذره‌ی دارای کم‌ترین تابع هدف به‌عنوان به‌ترین پاسخ به‌دست‌آمده تا این مرحله در نظر گرفته می‌شوند. در تکرارهای بعدی ابتدا سرعت ذرات با استفاده از رابطه‌ی (۱۰) به‌روز می‌شوند. سپس با توجه به محدوده‌ی سرعت به سمت نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد می‌شوند و طبق رابطه‌ی (۱۰) با در نظر گرفتن محدوده‌ی مکانی ذره، موقعیت قبلی ذره (شماره جفت لایه‌های انتخاب‌شده برای هر لایه) جمع می‌شوند تا موقعیت جدید ذره (ساختار جدید کامپوزیت) را به‌وجود آورند. سپس همانند تکرار اول هر یک از ذرات مورد ارزیابی قرار می‌گیرند و با مقایسه‌ی تابع هدف ذرات با تکرارهای قبلی، به‌ترین مکانی که تاکنون در آن قرار گرفته‌اند و به‌ترین پاسخ به‌دست‌آمده تا آن مرحله تعیین می‌شود. به‌همین‌ترتیب، حلقه‌های تودرتو تا پایان اجرا می‌گردند و ساختارهای بهینه برای هریک از مقادیر α به‌دست می‌آیند.

این برنامه در نرم‌افزار متلب (MATLAB) نوشته شده است و این قابلیت را دارا می‌باشد که برای صفحات کامپوزیتی گوناگون به‌کار برده شود. الگوریتم برنامه در ادامه آورده شده است.

```
تنظیم پارامتر های اولیه
تعیین خصوصیات ماده و ابعاد صفحه
تکرار برای مقادیر مختلف α
    تکرار برای مقادیر مختلف تعداد ناحیه ها
        تکرار به تعداد معین (حلقه PSO )
            تکرار اول:تعیین سرعت و مقدار تصادفی برای هر ذره
                تعیین هزینه و وزن و تابع هدف و فرکانس طبیعی برای هر ذره
                اعمال قید جریمه در عدم رعایت قید فرکانس
                مسیر و تابع هدف به دست‌آمده به عنوان بهترین برای هر ذره
                تا کنون در نظر گرفته می‌شود
                تعیین بهترین تابع هدف و مسیر کلی
            تکرار های بعدی:
                تکرار برای هر ذره
                    به روز رسانی سرعت
                    گرد کردن سرعت به سمت نزدیک‌ترین عدد صحیح و اعمال
                    محدوده سرعت
                    تعیین مسیر جدید برای هر ذره با اعمال محدوده متغیر بین
                    Xmin و Xmax
                    تعیین هزینه و وزن و تابع هدف و فرکانس طبیعی برای هر
                    ذره
                    اعمال قید جریمه در عدم رعایت قید فرکانس
                    تعیین بهترین تابع هدف و مسیر برای هر ذره تا کنون
                    تعیین بهترین تابع هدف و مسیر کلی
                پایان تکرار برای هر ذره
        پایان حلقه PSO
    پایان تکرار برای مقادیر مختلف تعداد ناحیه ها
پایان تکرار برای مقادیر مختلف α
پایان
```

ارائه‌ی نتایج

در این قسمت به‌ترین ساختارهای ایجادشده برای مینیمم کردن تابع هدف F به‌ازای چند مقدار α ارائه می‌شود. شکل‌های (٦-٤) بیانگر همگرایی تابع هدف در ۲۰۰۰ تکرار برای رسیدن به لایه‌گذاری بهینه می‌باشد. شماره‌های ۱ تا ۱۹ در جدول‌های (٦-٤) بیان‌کننده‌ی جنس شیشه-اپوکسی و شماره‌های ۲۰ تا ۳۸ بیان‌کننده‌ی جنس گرافیت-اپوکسی برای جهات مختلف می‌باشند. (واحد وزن، کیلوگرم و واحد فرکانس، هرتز می‌باشد). به‌دلیل متقارن بودن کامپوزیت، به آوردن سازه‌ی نیمی از آن اکتفا شده است. در این سازه عدد سمت چپ، بیانگر بیرونی‌ترین لایه می‌باشد.

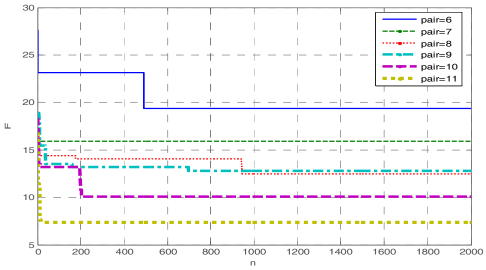
برای $\alpha=0$ تعداد ۱۱ جفت لایه با ٤٢ لایه از جنس شیشه-اپوکسی به‌ترین تابع هدف را به‌دست می‌دهد که تعدادی از ساختارها در جدول (٤) آورده شده است. در ضمن شکل (٤) نشان می‌دهد که الگوریتم در کم‌تر از ۵۰ تکرار به به‌ترین جواب رسیده است.

شکل (۵) نشان می‌دهد که برای $\alpha=0.87$ تعداد ٦ و ۷ جفت لایه با ٢٤ لایه به‌ترین تابع هدف را نتیجه می‌دهد. به‌علاوه همان‌طور که مشخص است الگوریتم در کم‌تر از ٤۰۰ تکرار برای ۷ جفت لایه و در کم‌تر از ۵۰ تکرار برای ٦ جفت لایه به به‌ترین جواب رسیده است.

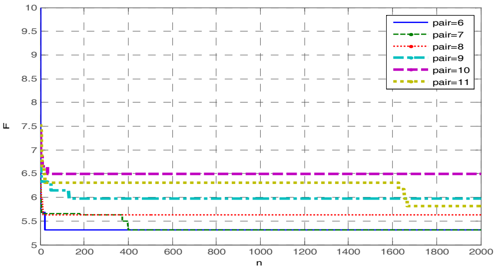
شکل (٦) نشان می‌دهد که برای $\alpha=1$ تعداد ٦ و ۸ جفت لایه با ۲۲ لایه به‌ترین تابع هدف را ایجاد می‌کند. به‌علاوه الگوریتم در کم‌تر از ۵۰ تکرار برای ٦ جفت لایه و کم‌تر از ۱۱۰۰ تکرار برای ۸ جفت لایه به به‌ترین جواب دست یافته است.

جدول ٤ ساختارهای بهینه برای $\alpha=0$

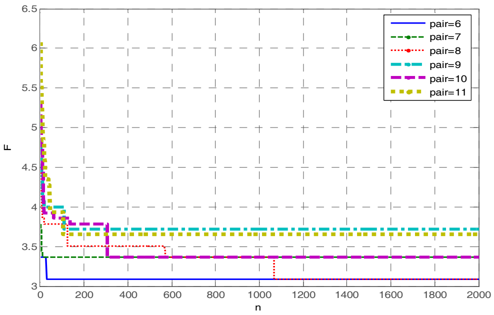
تابع هدف	فرکانس طبیعی (Hz)	وزن (Kg)	هزینه	لایه‌گذاری	شماره
7.32167	25.2332	7.32167	7.32167	10 7 19 15 9 10 7 15 16 12 16	1
7.32167	25.3912	7.32167	7.32167	5 14 14 14 17 19 9 11 17 7 8	2
7.32167	25.6063	7.32167	7.32167	4 15 14 14 17 19 9 7 16 8 6	3
7.32167	25.2332	7.32167	7.32167	10 7 19 17 9 10 5 15 14 12 16	4
7.32167	25.3061	7.32167	7.32167	4 15 14 14 17 19 11 13 16 8 6	5
7.32167	25.5103	7.32167	7.32167	5 14 14 10 17 19 9 9 16 7 2	6
7.32167	25.5404	7.32167	7.32167	5 14 15 14 17 19 10 10 17 7 7	7
7.32167	25.2609	7.32167	7.32167	9 8 19 15 10 10 7 14 16 11 16	8
7.32167	25.4603	7.32167	7.32167	5 14 15 14 17 19 10 8 17 7 5	9
7.32167	25.2981	7.32167	7.32167	9 8 19 15 10 10 7 14 16 11 16	10
7.32167	25.6366	7.32167	7.32167	15 15 14 17 12 14 16 19 16 18 15	11
7.32167	25.7039	7.32167	7.32167	15 15 15 15 12 15 18 19 13 15 13	12
7.32167	25.2149	7.32167	7.32167	19 15 15 15 15 15 17 18 13 16 17	13
7.32167	25.5968	7.32167	7.32167	5 14 14 15 17 19 9 9 14 7 6	14
7.32167	25.3838	7.32167	7.32167	14 15 16 15 12 15 18 19 13 15 13	15
7.32167	25.5597	7.32167	7.32167	19 15 14 14 14 14 17 16 13 13 16	16
7.32167	25.0151	7.32167	7.32167	15 15 15 14 11 15 17 19 13 15 13	17
7.32167	25.0403	7.32167	7.32167	14 15 16 14 12 15 18 19 13 15 13	18
7.32167	25.3838	7.32167	7.32167	19 14 17 14 14 12 16 15 11 12 16	19
7.32167	25.7424	7.32167	7.32167	15 15 15 15 12 14 17 19 13 15 15	20



شکل ٤ نمودار همگرایی برای $\alpha= 0$ (تابع هدف برحسب تکرار برای جفت لایه‌های مختلف)



شکل ٥ نمودار همگرایی برای $\alpha= 0.87$ (تابع هدف برحسب تکرار برای جفت لایه‌های مختلف)



شکل ٦ نمودار همگرایی برای $\alpha=1$ (تابع هدف برحسب تکرار برای جفت لایه‌های مختلف)

جدول ٥ ساختارهای بهینه برای $\alpha= 0.87$

شماره	لایه‌گذاری	هزینه	وزن (Kg)	فرکانس طبیعی (Hz)	تابع هدف
1	28 34 33 13 17 10	15.5736	3.77711	25.0499	5.31065
2	28 34 33 13 18 10	15.5736	3.77711	25.0178	5.31065
3	28 34 33 16 18 13	15.5736	3.77711	25.0409	5.31065
4	28 34 33 17 17 14	15.5736	3.77711	25.101	5.31065
5	29 33 34 15 17 12	15.5736	3.77711	25.0607	5.31065
6	28 34 33 14 18 11	15.5736	3.77711	25.143	5.31065
7	29 33 34 15 15 12	15.5736	3.77711	25.0925	5.31065
8	29 33 34 10 16 7	15.5736	3.77711	25.0439	5.31065
9	29 34 33 14 18 10	15.5736	3.77711	25.0432	5.31065
10	28 28 29 11 15 11	15.5736	3.77711	25.0185	5.31065
11	33 34 34 8 12 5	15.5736	3.77711	25.0785	5.31065
12	28 33 33 19 13 11 19	15.5736	3.77711	25.0821	5.31065
13	28 28 23 19 19 11 13	15.5736	3.77711	25.0275	5.31065
14	28 28 29 3 17 17 13	15.5736	3.77711	25.0927	5.31065
15	28 28 29 5 17 17 13	15.5736	3.77711	25.1088	5.31065
16	33 28 23 14 19 11 19	15.5736	3.77711	25.0413	5.31065
17	33 28 23 10 19 11 19	15.5736	3.77711	25.0363	5.31065
18	33 28 23 15 19 12 19	15.5736	3.77711	25.056	5.31065
19	33 28 23 9 19 10 19	15.5736	3.77711	25.0693	5.31065
20	33 28 23 15 19 10 19	15.5736	3.77711	25.07	5.31065

جدول ٦ ساختارهای بهینه برای $\alpha = 1$

شماره	لایه‌گذاری	هزینه	وزن (Kg)	فرکانس طبیعی (Hz)	تابع هدف
1	33 28 34 33 38 35	24.7164	3.08954	25.4494	3.08954
2	34 29 34 32 38 35	24.7164	3.08954	25.0756	3.08954
3	34 28 34 33 38 36	24.7164	3.08954	25.512	3.08954
4	34 28 36 33 38 36	24.7164	3.08954	25.0439	3.08954
5	33 29 34 31 38 35	24.7164	3.08954	25.1665	3.08954
6	33 29 33 31 38 37	24.7164	3.08954	25.1317	3.08954
7	34 28 34 30 38 37	24.7164	3.08954	25.0948	3.08954
8	28 34 33 31 38 36	24.7164	3.08954	25.2712	3.08954
9	34 28 34 35 38 32	24.7164	3.08954	25.2176	3.08954
10	34 28 34 32 38 34	24.7164	3.08954	25.169	3.08954
11	34 23 23 38 21 21	24.7164	3.08954	25.1508	3.08954
12	34 23 23 38 23 23	24.7164	3.08954	25.2138	3.08954
13	34 23 23 38 22 22	24.7164	3.08954	25.101	3.08954
14	29 28 28 38 24 24	24.7164	3.08954	25.3319	3.08954
15	28 29 29 38 25 25	24.7164	3.08954	25.0615	3.08954
16	29 28 28 38 26 26	24.7164	3.08954	25.252	3.08954
17	28 28 28 38 28 28	24.7164	3.08954	25.4859	3.08954
18	28 28 38 26 38 20 38 20	24.7164	3.08954	25.1562	3.08954
19	23 33 38 28 38 20 38 20	24.7164	3.08954	25.0357	3.08954
20	23 34 38 29 38 20 38 20	24.7164	3.08954	25.0448	3.08954

تحلیل نتایج و مقایسه

تعداد و جنس لایه‌ها، دو عامل تعیین‌کننده‌ی تابع هدف می‌باشند. زوایا تنها در تعیین اولین فرکانس طبیعی نقش ایفا می‌کنند. به ازای $\alpha=0$ تابع چندمنظوره به یک تابع تک‌منظوره برای مینیمم کردن هزینه تبدیل می‌شود. به دلیل ارزان‌تر بودن شیشه-اپوکسی نسبت به گرافیت-اپوکسی تمامی لایه‌ها از شیشه اپوکسی تشکیل شده‌اند و کامپوزیت دارای ٤٢ لایه می‌باشد.

به ازای $\alpha=1$ تابع چندمنظوره به یک تابع تک‌منظوره جهت مینیمم کردن وزن تبدیل می‌شود که به دلیل سبک‌تر بودن گرافیت-اپوکسی نسبت به شیشه-اپوکسی همه لایه‌ها از گرافیت-اپوکسی تشکیل شده است و کامپوزیت دارای ۲۲ لایه می‌باشد.

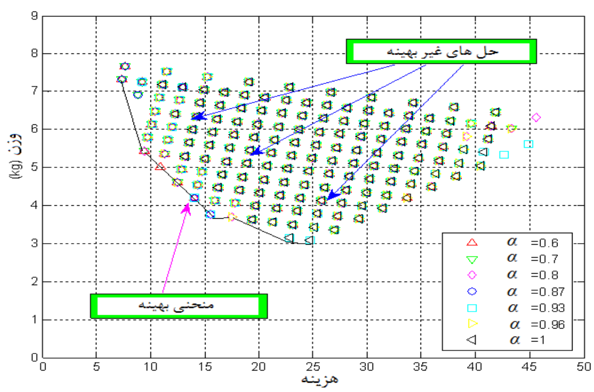
به‌دلیل این‌که گرافیت-اپوکسی سفت‌تر از شیشه-اپوکسی می‌باشد، احتیاجات مینیمم فرکانس طبیعی را با تعداد لایه‌های کم‌تری فراهم می‌کند. با افزایش مقدار α اهمیت تابع وزن افزایش می‌یابد و به مرور لایه‌های خارجی از گرافیت-اپوکسی و لایه‌های داخلی از شیشه-اپوکسی تشکیل شده‌اند تا صلبیت خوبی را فراهم کنند. ترکیب لایه‌ها با زاویه‌ی ٤٠+ تا ٦٠+ و ٤٠- تا ٦٠- به‌منظور بیشینه کردن فرکانس طبیعی ورق می‌باشد. اگر چه لایه‌های صفر و ٩٠ در افزایش فرکانس نقش چندانی ندارند ولی به‌دلیل این‌که می‌توانند به‌صورت تک‌لایه به‌کار روند از نظر صرفه‌جویی در هزینه و وزن مفید می‌باشند. علاوه‌براین، زاویه‌ی صفر در لایه‌ی درونی به‌کار گرفته شده است.

در ادامه مقایسه‌ی بین الگوریتم‌های PSO با GA و ACO در جدول (٧) برای هر ضریب وزنی آورده شده است. در این جدول گرافیت-اپوکسی با زیر خط مشخص شده است. مشاهده می‌شود که الگوریتم PSO در مواردی تابع هدف پایین‌تری را در مقایسه با GA و ACO برآورد کرده است و در بقیه‌ی موارد با نتایج این الگوریتم‌ها برابری می‌کند. تنها مزیت GA، سهولت ساخت ساختارهای کامپوزیتی حاصل از آن می‌باشد زیرا از جهات زاویه‌ای کم‌تری در ساختار بهینه بهره برده است. در شکل (٧) وزن و هزینه برای هر یک از توابع هدف با رعایت قید فرکانس آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود به‌ترین ترکیب‌های وزن

و هزینه روی منحنی بهینه قرار دارد که در قسمت پایینی قرار گرفته است و سایر جواب‌ها بهینه نمی‌باشند.

جدول ۷ مقایسه بین الگوریتم‌های PSO، GA و ACO

تابع هدف	فرکانس طبیعی (Hz)	وزن (Kg)	هزینه	لایه‌گذاری	الگوریتم بهینه‌سازی	α
7/32167	25/7424	7/32167	7/32167	$[\pm70_4/\pm55/\pm65/\pm80/90/\pm60/\pm70_2]_S$	PSO	۰
7/32167	25/0151	7/32167	7/32167	$[\pm70_3/\pm65/\pm50/\pm70/90/\pm60/\pm70/\pm60]_S$		
7/32	25/82	7/32	7/32	$[\pm50_{10}/0]_S$	GA [20]	
7/32	25/07	7/32	7/32	$[\pm55/\pm50/\pm65/90/\pm25/\pm85_2/\pm75/\pm85/\pm60/\pm50]_S$	ACO [21]	
6/6225	25/3306	5/44285	9/375	$[\pm\underline{40}/90/\pm70_3/\pm80/\pm70/90/\pm70]_S$	PSO	۰/۷
6/6225	25/3265	5/44285	9/375	$[\pm\underline{70}/90/\pm40/90_2/\pm70/\pm15/90/\pm80/\pm50]_S$		
6/62	25/10	5/44	9/37	$[\pm\underline{50}/\pm50_7]_S$	GA [20]	
6/62	25/09	5/44	9/37	$[\pm\underline{50}/\pm50_2/\pm30/\pm65/\pm40/\pm70/\pm40]_S$	ACO [21]	
6/1364	25/1984	3/77711	15/5736	$[\pm\underline{40}_3/\pm70/\pm5/\pm45]_S$	PSO	۰/۸
6/1364	25/0479	3/77711	15/5736	$[\pm\underline{40}/\pm\underline{70}/\pm\underline{15}/90_2/\pm50/\pm65]_S$		
6/19	25/88	4/61	12/52	$[\pm\underline{50}_2/\pm50_5]_S$	GA [20]	
6/19	25/42	4/61	12/52	$[\pm\underline{60}/\pm\underline{40}/\pm45/\pm85/\pm65/\pm85/\pm5]_S$	ACO [21]	
5/31065	25/1507	3/77711	15/5736	$[\pm\underline{40}/\pm\underline{70}/\pm\underline{65}/\pm70/\pm85/\pm55]_S$	PSO	۰/۸۷
5/31065	25/0821	3/77711	15/5736	$[\pm\underline{40}/\pm\underline{65}_2/90/\pm60/\pm50/90]_S$		
5/47	25/08	4/19	14/02	$[\pm\underline{45}_2/\underline{90}/\pm50_3/\pm80]_S$	GA [20]	
5/47	25/11	4/19	14/02	$[\pm\underline{50}/\pm\underline{40}/\underline{90}/\pm50/\pm65/\pm75/\pm45]_S$	ACO [21]	
4/53358	25/1675	3/15733	22/8181	$[\pm\underline{70}/\pm\underline{40}_2/\pm\underline{15}/\underline{90}/\underline{0}/90]_S$	PSO	۰/۹۳
4/53358	25/13	3/15733	22/8181	$[\pm\underline{40}/\pm\underline{70}/\pm\underline{15}/\pm\underline{65}/\pm\underline{20}/90]_S$		
4/67	25/38	3/71	17/47	$[\pm\underline{50}_3/\underline{90}/\pm50_2/0]_S$	GA [20]	
4/60	25/02	3/09	24/72	$[\pm\underline{55}_2/\pm\underline{40}_2/\underline{90}/\pm\underline{65}]_S$	ACO [21]	
3/94376	25/0346	3/15733	22/8181	$[\pm\underline{40}_2/\pm\underline{45}/\pm\underline{10}_2/90]_S$	PSO	۰/۹۶
3/94376	25/016	3/15733	22/8181	$[\pm\underline{40}_2/\underline{90}_2/\pm\underline{20}/\pm\underline{5}/90]_S$		
4/27	26.07	3/64	19/37	$[\pm\underline{50}_4/\pm50_2]_S$	GA [20]	
3/95	27/07	3/09	24/72	$[\pm\underline{55}/\pm\underline{50}/\pm\underline{55}/\pm\underline{60}/\underline{0}/\pm\underline{5}]_S$	ACO [21]	
3/08954	25/4859	3/08954	24/7164	$[\pm\underline{40}_3/90/\pm\underline{40}_2]_S$	PSO	۱
3/08954	25/1562	3/08954	24/7164	$[\pm\underline{40}_2/\underline{90}/\pm\underline{30}/\underline{90}/\underline{0}/\underline{90}/\underline{0}]_S$		
3/09	25/14	3/09	24/72	$[\pm\underline{50}_5/\underline{0}]_S$	GA [20]	
3/09	25/10	3/09	24/72	$[\pm\underline{55}/\pm\underline{50}/\pm\underline{55}/\underline{90}/\pm\underline{55}/\pm\underline{35}]_S$	ACO [21]	



شکل ۷ مجموعه‌ی فراوانی و منحنی بهینه از این مجموعه

نتیجه‌گیری

بهینه‌سازی تابع هدف چندمنظوره برای بهینه‌سازی توأم وزن و هزینه براساس قید فرکانس با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات انجام شد. برای این منظور یک صفحه‌ی مستطیلی کامپوزیتی متعادل متقارن متشکل از لایه‌های گرافیت-اپوکسی و شیشه-اپوکسی در نظر گرفته شد. نتایج برای مقادیر مختلف ضریب وزنی α ارائه و در پایان منحنی بهینه ساختارها رسم گردید. نتایج به‌خوبی نشان‌دهنده‌ی مزایای استفاده از کامپوزیت هیبریدی بود، به‌طوری‌که با افزایش ضریب α ماده پرهزینه‌تر و سفت‌تر (گرافیت-اپوکسی) در لایه‌های خارجی ظاهر می‌شد تا صلبیت و سفتی کافی را فراهم کند.

هم‌چنین مقایسه‌ی نتایج PSO با نتایج الگوریتم‌های GA و ACO صحت و دقت محاسبات را تأیید کرد. علاوه‌براین نشان داد که PSO به نتایجی مشابه و حتی در مواردی به نتایج به‌تری نسبت به این الگوریتم‌ها رسیده است.

از آن‌جایی که الگوریتم PSO نیازی به مشتق‌گیری و حدس اولیه‌ی خاص ندارد و نیز یک فرآیند اتفاقی است، قادر است فضای حل وسیعی را با احتمالی مناسب جستجو کند. این الگوریتم در مسائلی که نیاز به بهینه‌ی کلی است نظیر تحلیل کامپوزیت‌ها بسیار مفید و قابل رقابت با بقیه‌ی الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌باشد. ضمن این‌که پارامترهای در نظر گرفته شده برای این الگوریتم تغییرات زیادی را برای دست یافتن به جواب بهینه ممکن می‌سازد.

مراجع

1. Hemmatian, H., Fereidoon, A., Sadollah, A. and Bahreininejad, A., "Optimization of laminate stacking sequence for minimizing weight and cost using elitist ant system optimization", *Advances in Engineering Software*, Vol. 57, pp. 8-18, (2013)
2. Bert, C.W., "Design of Clamped Composite Material Plates to Maximize Fundamental Frequency",Transaction of American Society of Mechanical Engineers, Journal of Mechanical Design, Vol. 100, No. 2, pp. 274-278, (1978).
3. Reiss, R. and Ramachandran, S., "Maximum Frequency Design of Symmetric Angle-ply Laminates", *Journal of Composite Structures*, Vol. 4, pp. 1476-1487, (1987).
4. Grenestedt, J.L., "Layup Optimization and Sensitivity Analysis of the Fundamental Eigenfrequency of Composite Plates", *Journal of Composite Structures*, Vol. 12, No.3, pp. 193-209, (1989).
5. Duffy, K.J. and Adali, S., "Maximum Frequency Design of Pre-stressed Symmetric, Cross-ply Laminates of Hybrid Construction", *Advances in Design Automation*, Vol. 2, pp. 477-484, (1991).
6. Adali, S., "Design of Shear Deformable Antisymmetric Angle-ply Laminates to Maximize the Fundamental Frequency and the Frequency Separation", *Journal of Composite Structures*, Vol. 2, pp. 349-369, (1984).
7. Adali, S. and Duffy, K.J., "Minimum Cost Design of vibrating Laminates by Hybridization", *Journal of Engineering Optimization*, Vol. 19, pp. 255-267, (1992).
8. Adali, S. and Verijenko, V.E., "Optimum Stacking Sequence Design of Symmetric Hybrid Laminates Undergoing Free Vibrations", *Journal of Composite Structures*, Vol. 54, No. 2-3, pp. 131-138,(2001).
9. Spallino, R. and Rizzo, S., "Multi-objective Discrete Optimization of Laminated Structures", *Journal of Mechanical Research Communications*, Vol. 29, No. 1, pp. 17-25, (2002).

10. Tahani, M., Kolahan, F. and Sarhadi, A.,"Genetic Algorithm for Multi-objective Optimal Design of Sandwich Composite Laminates with Minimum Cost and Maximum Frequency", *International Conference on Advances in Materials, Product Design and Manufacturing Systems (ICMPM 2005)*, Sathyamangalam, India, pp. 741-748, (2005).
11. Kolahan, F., Tahani, M. and Sarhadi, A., "Optimal Design of Sandwich Composite Laminates for Minimum Cost and Maximum Frequency Using Simulated Annealing", *Tehran International Conference on Manufacturing Engineering (TICME2005)*, Tehran, Iran, (2005).
12. Yuanfu, T., Jianqiao, C. and Wenjie, P., "Probabilistic Optimization of Laminated Composites Considering Both Ply Failure and Delamination Based on PSO and FEM", *Tsinghua Science and Technology*, Vol. 14, No. 2, pp.89-93, (2009).
13. Omkar , S.N., Khandelwal, R., Ananth, T.V.S., Narayana Naik, G. and Gopalakrishnan, S., "Quantum behaved Particle Swarm Optimization (QPSO) for multi-objective design optimization of composite structures", *Journal of Expert Systems with Applications*, Vol. 36, No.8, pp.11312-11322, (2009).
14. Ge, R., Chen, J. and Wei, J. "Relability-Based Design of Composites under the Mixed Uncertaintes and the Optimization Algoritm", *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 21, No. 1, pp. 19-27, (2008).

۱۵. همتیان، ح.، فریدون، ع. و رجب پور،م.،"بهینه سازی پانل ساندویچی هسته منشوری براساس الگوریتم گروه ذرات"،مجله‌ی مدل‌سازی در مهندسی، دوره‌ی ۲۰، شماره‌ی ٦، ٢٦–۱۷، (۱۳۸۹).

16. Dorigo, M., Maniezzo. V. and Colorni, A., "The ant system: optimization by a colony of cooperating agents, IEEE Trans", *Syst. Man. Cybernet. B*, Vol. 26, pp. 29–41, (1996).
17. Kennedy, J. and Eberhart, R.C., "Particle swarm optimization", *In: IEEE international conference on neural networks, Piscataway*, NJ, 5, pp. 1942–1948, (1995).
18. Eberhart, R. and Kennedy, J., "New optimizer using particle swarm theory", *In: Sixth international symposium on micro machine and human science*, Nagoya, Japan, pp. 39–43, (1995).
19. Kennedy, J., Eberhart, R.C. and Shi, Y., "Swarm intelligence", Morgan Kaufman Publishers, San Francisco, (2001).
20. Grosset, L., Venkataraman, S. and Haftka, R.T, "Genetic Optimization of Two-material Composite Laminates", *16th ASC Technical Meeting*, Blacksburg, Virginia, (2001).
21. Abachizadeh, M. and Tahani, M., "Ant colony optimization of hybrid laminates for minimum cost and weight", *In: Saravanos DA (ed), Proceedings of 6th international symposium on advanced composites COMP'07,* Corfu, Greece, (2007).
22. Nemeth, M.P., "Importance of Anisotropy on Buckling of Compression-loaded Symmetric Composite Plates", *AIAA Journal*, Vol. 24, pp. 1831-1835, (1986).
23. Clerc, M., "Particle Swarm Optimization", ISTE Ltd, London, U.K., (2006).
24. Perez, R.E. and Behdinan K.,"Particle swarm approach for structural design optimization", *Computers and Structures*, Vol. 85, pp. 1579-1588, (2007).
25. Li, L.J., Huang, Z.B., Liu, F. and Wu, Q.H.,"A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin connected structures", *Computers and Structures*, Vol. 85, pp. 340–349, (2007).
26. Herakovich, C.T., "*Mechanics of Fiberous Composites*", John Whiley and Sons, New York, (1998).